

# OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA

BAREM CORECTARE CLASA a VIII-a 5.05.2018

## Problema 1.(7 puncte )

Fie expresia:  $\left(\frac{x+1}{2x-1} + \frac{2x^2-x+2}{4x^2-1} - \frac{x-1}{2x+1}\right) \cdot \left(\frac{2x^2-5x+2}{x^2-2x-8}\right)$ ,  $x \in R \setminus \left\{-2; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; 4\right\}$ ; Determinați elementele mulțimii  $A \cap [1; 6)$ , unde  $A = \{x | x \in Z, E(x) \in Z\}$ .

**Soluție:**

$$4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1); 2x^2 - 5x + 2 = (x - 2)(2x - 1), x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) \dots\dots(3p)$$

$$E(x) = \frac{x-2}{x-4} \dots\dots\dots(2p)$$

$$A = \{2; 3; 5; 6\}, A \cap [1; 6) = \{2; 3; 5\} \dots\dots\dots(2p)$$

## Problema 2.(7 puncte)

Fie ABCD o piramidă patrulateră regulată, în care diagonala bazei este  $6\sqrt{2}$  cm și măsura unghiului diedru al planelor (VBC) și (VDC) este de  $120^\circ$ . Aflați volumul piramidei VABCD;

**Soluție:**

**Desen corect.....(1p)**

Fie  $T \perp VC$ ,  $DT \perp VC$  ( $\Delta VBC \cong \Delta VDC$ ) .....(1p)

$VC \perp (BSD) \Rightarrow VC \perp OT$  și  $OT \perp BD$ .....(1p)

$$TB = 2\sqrt{6} \text{ cm}; O = \sqrt{6} \text{ cm}; VO = 3 \text{ cm} \dots\dots\dots(3p)$$

$$V_{VABCD} = \frac{A_{ABCD} \cdot VO}{3} = 36 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots(1p)$$

## Problema 3.(7 puncte )

Fie  $m \in R \setminus \{-1\}$  și funcția  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{3m-4}{m+1} \cdot x + \frac{5m-2}{m+1}$ .

- Pentru  $m = -2$ , calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției  $\frac{1}{2} \cdot f(x)$  cu axele de coordonate.
- Aflați valoarea lui  $m$ , cu aproximație de o sutime prin adaos, astfel încât punctul  $M\left(3; \frac{15}{2}\right)$  să aparțină graficului funcției  $f$ .
- Arătați că există un punct pe graficul funcției  $f$ , a cărui coordonate nu depind de  $m$ .

**Soluție:**

$$a) \frac{1}{2} \cdot f(x) = 5 \cdot x + 6, A\left(-\frac{6}{5}; 0\right); B(0; 6) \Rightarrow \text{Aria}_{\Delta AOB} = 3,6 \text{ u.a.} \dots\dots\dots(3p)$$

$$b) M\left(3; \frac{15}{2}\right) \in G_f \Rightarrow f(3) = \frac{15}{2} \Rightarrow m = \frac{12}{13} \approx 0,923 \Rightarrow 0,93 \dots\dots\dots(2p)$$

$$c) \text{Fie } P(a; b) \in G_f \Rightarrow f(a) = b \Rightarrow m(-3a + b - 5) + (4a + b + 2) = 0 \Rightarrow a = -1; b = 2 \Rightarrow P(-1; 2) \dots\dots\dots(2p)$$

## Problema 4.(7 puncte )

Fie un con circular drept cu înălțimea 12 cm și diametrul bazei 12 cm. Conul se taie cu un plan paralel cu baza, astfel încât trunchiul de con format are secțiunea axială un trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare.

- Arătați că raza cercului obținut prin secționare este de 2 cm;
- Arătați că măsura unghiului sectorului de cerc obținut prin desfășurarea suprafeței laterale a conului inițial este mai mică de  $161^\circ$ .

**Soluție:**

**Desen corect.....(1p)**

	<p>a) <math>\Delta PAB</math> și <math>\Delta PA'B'</math> sunt dreptunghice isoscele, iar <math>PO</math> și <math>PO'</math> sunt mediane  <math>PO = \frac{AB}{2}</math>; <math>PO' = \frac{A'B'}{2}</math> .....(1p)  <math>\Delta VO'B' \sim \Delta VOB \Rightarrow r = 2 \text{ cm}; \dots\dots\dots(2p)</math></p> <p>b) <math>VB = 6\sqrt{5} \text{ cm} \dots\dots\dots(1p)</math>  <math>U^\circ \cdot G = R \cdot 360^\circ \dots\dots\dots(1p)</math>  <math>U^\circ = 72\sqrt{5} &lt; 161  ^2 \text{ adev. pentru că } 25920 &lt; 25921 \dots\dots\dots(1p)</math></p>
--	--

„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”  
Anton Pann

Felicitări!